Abstract

The concepts of $ind\ X$, $Ind\ X$, $dimX$, for topological spaces X have been well studied . In this work , these concepts will be extended by using $f-open$ sets to define $f-ind\ X$, $f-Ind\ X$, $f-dimX$. Then the relations among them and other concepts will be studied like fT_1-space, fT_2-space, $f-regular$ space , $f*-regular$ space, $f**-regular$ space, $f-normal$ space $f*-normal$ space , $f**-normal$ space , $f-paracompact$ space, $f-bicompact$ space . The behavior of these invariants will be studied under certain kinds of maps . The following are some of the main results :

1- If $f:X\to Y$ be a $f-perfect$ mapping and X is T_2-space then Y is T_2-space .
2- Let X be a $perfectly\ zero-dimensional$ space and $f:X\to Y$ is a $f-perfect$ mapping where Y has a $f-$locally finite covering, then Y is $f-paracompact$, $f**-normal$ and $f**-regular$ space.
3- Let X be a $f-perfectly\ zero-dimensional$ space and $f:X\to Y$ is a $f-open$, $f*-continuous$ and surjection mapping where Y has a $f-$locally finite covering , then Y is a $f-paracompact$ space .

4- Let X be a topological space then the following statements are equivalent :

(i) $f^{*} - dim\, X \leq n$.

(ii) The $f - vague$ order of the identity mapping I_X of X is at most n.

(iii) The $f - vague$ order of every $f - irresolute$ surjective $f^{*} - open$ with the range X is at most n.

5- If X is a topological space where $f^{*} - dim\, X = 0$ and $f : X \to Y$ is a $f - irresolute$ surjective mapping with order at most n, then the $f - vague$ order of f is at most n.

6- If X is a $normal$ space, Y is $fT_1 - space$ and $f : X \to Y$ is a $f - closed$, $f^{*} -$continuous and surjection mapping where $f - ind\, f^{-1}(y) = 0$ for each y in $f(X)$, then f is a $f - decomposing$ mapping.

7- If X is a topological space where $f - ind\, X = 0$ and $f : X \to Y$ is a $f - perfect$, $f - open$ and one to one mapping, then Y is a $f^{*} - regular$ space and $f^{*} - dim\, Y = 0$.

الخلاصة :

الهدف الأساسي في هذا البحث هو تقديم نوع عام وجديد لنظرية البعد باستخدام المجموعة الضئيلة .

لقد درست المفاهيم $ind\ X$ و$Ind\ X$ و$dimX$ للفضاءات التبولوجية X . وفي هذا العمل سوف نوسع هذه المفاهيم باستعمال المجموعات المفتوحة من النمط $f-$ لتعريف $f-ind$, $f-Ind$, $f-dim$ وبعد ذلك نقوم بدراسة العلاقة بين هذه المفاهيم ومع المفاهيم الأخرى مثل fT_1- , fT_2- والانتظام من النمط $f-$ والانتظام من النمط $f*-$ والانتظام من النمط $f**-$ والسوي من النمط $f-$ والسوي من النمط $f*-$ والسوي من النمط $f**-$ والتضام من النمط $f-$ وبالإضافة إلى ذلك ندرس سلوك هذه الصفات تحت تأثير أنواع معينة من الدوال ، وما يأتي يبين أهم النتائج الرئيسية :-

1- إذا كانت $f:X\to Y$ دالة تامه $f-$ وكان X فضاء T_2 فأن Y فضاء T_2.

2- ليكن X فضاءاً تبولوجياً ذا بعد صفري تام و $f:X\to Y$ دالة تامه $f-$ بحيث أن Y فضاءاً تبولوجياً تمتلك غطاءاً منتهي محلياً من النمط $f-$ فعليه يكون Y فضاءاً منتظم من النمط $f**-$ سوي من النمط $f**-$ ومتضام من النمط $f-$.

3- ليكن X فضاءاً ذا يعد صفري تام من النمط $f-$ و $f:X\to Y$ دالة مستمرة من النمط $f*-$ شاملة ومفتوحة من النمط $f-$ بحيث Y تمتلك غطاءاً منتهي محلياً من النمط $f-$ فعليه يكون Y فضاءاً متضام من النمط $f-$.

4- ليكن X فضاءاً تبولوجياً فإن العبارات التالية تكون متكافئة:-

أ- البعد من النمط f^*- للفضاء X يكون أقل أو يساوي n.

ب-الترتيب الغامض من النمط $f-$ للدالة المحايدة على X يكون على الأكثر n

ت-الترتيب الغامض من النمط $-f$ لأي دالة مترددة من النمط $-f$ ، مفتوحة من النمط f^* ، شاملة ومداها X يكون على الأكثر n.

5- إذا كان X فضاءاً تبولوجياً بحيث أن البعد من النمط $-f$ للفضاء X يساوي صفر وكانت $f : X \to Y$ دالة مترددة من النمط $-f$ ، شاملة وذات ترتيب على الأكثر n فعليه يكون الترتيب الغامض من النمط $-f$ للدالة f على الأكثر n.

6- إذا كان X فضاءاً سوياً وكان Y فضاءاً من النمط fT_1 و $f : X \to Y$ دالة مغلقة من النمط$-f$ ، مستمرة من النمط $-f*$ وشاملة بحيث أن $f - ind\ f^{-1}(y) = 0$ لكل نقطة y في $f(x)$ فعليه تكون الدالة f منحلة من النمط$-f$

7- إذا كان X فضاءاً تبولوجياً بحيث $f - ind\ X = 0$ و $f : X \to Y$ دالة تامة من النمط $-f$ مفتوحة من النمط $-f$ فعليه يكون الفضاء Y منتظم من النمط $-f**$ والبعد من النمط$-f*$ للفضاء Y يكون صفراً.